सङ्ख्यानां विषये जानीमः

अध्यायः 1

1.1 भूमिका

अधुना वस्तूनां गणनम् अस्माकं कृते सरलम् अस्ति । अधुना वयं बृहत्-सङ्ख्याभिः वस्तूनां गणनां कुर्मः । यथा कस्यचित् विद्यालयस्य छात्रसङ्ख्या सङ्ख्याङ्कैः प्रस्तौतुं शक्यते । वयं उपयुक्तसङ्ख्या-नामभिः अपि दीर्घ-संख्य-अङ्कान् निरूपयितुं शक्नुमः ।

एवं नास्ति यत् वयं प्राचीनकालादेव बृहत्-सङ्ख्यानां माध्यमेन दैर्घ्य-प्रतिपादनाय च दीर्घ-सङ्केतानां प्रयोगं कुर्मः स्म । सहस्राधिकेभ्यः वर्षेभ्यः पूर्वं जनाः केवलं लघु-सङ्ख्यानां विषये एव जानन्ति स्म । शनैः शनैः ते बृहत्-सङ्ख्यानां विषये ज्ञातवन्तः । ते बृहत्-सङ्ख्यानां अभिव्यक्तये सङ्केतानाम् उपयोगमपि अवगतवन्तः । उपर्युक्तं सर्वं मनुष्यद्वारा कृतेन सामूहिक-प्रयासेन एव सञ्जातम् । आरम्भिके काले ये मनुष्याः सङ्ख्यानां विषये अवगन्तुं यं मार्गम् आश्रितवन्तः सः मार्गः (उपायः) वा तावान् सरलः न आसीत् । ते सम्पूर्णे अपि अस्मिन् सङ्ख्यासम्बद्धे प्रक्रमे अतीव सङ्घर्षं कृतवन्तः । वस्तुतः सम्पूर्ण-गणितस्य विकासप्रक्रिया अनेन प्रकारेण एव सञ्जाता इति अवन्तुं शक्यते । यथा यथा मानवविकासः जातः तथा तथा गणित-विकासस्य आवश्यकता अनुभूता । परिणामतः गणित-विकासः अपि वेगेन सञ्जातः ।

वयं सङ्ख्यानां प्रयोगं कुर्मः तासां विषये च नैकानि तथ्यानि अवगच्छामः। सङ्ख्याः प्रत्यक्ष-वस्तूनां गणने अस्मान् उपकुर्वन्ति । सङ्ख्याः अस्मिन् विषये अस्मान् उपकुर्वन्ति यत् कतरः वस्तु-सङ्ग्रहः अधिकतरः अस्ति तथा च वस्तूनि क्रमशः स्थापयितुं तद्यथा प्रथमद्वितीयादिक्रमेण प्रस्तौतुं च अपि अस्माकं साहाय्यं कुर्वन्ति । सङ्ख्याः विभिन्न-सन्दर्भेषु पुनश्च अनेक-प्रकारेण प्रयुज्यन्ते । विभिन्न-स्थितीनां विषये चिन्तयन्तु यत्र वयं सङ्ख्यानाम् उपयोगं कुर्मः । अपि च तादृशीनां पञ्चानां विभिन्न-स्थितीनां लेखनं कुर्वन्तु यत्र सङ्ख्यानां प्रयोगं कुर्मः ।

वयं पूर्व-कक्ष्यासु सङ्ख्याभिः सह कार्यकरणेन आनन्दम् अनुभूतवन्तः । अनेन सहैव वयं योगस्य (+), व्यवकलनस्य (-), गुणनस्य (x) विभाजनस्य (÷) च अपि अध्ययनं कृतवन्तः । वयं सङ्ख्या-अनुक्रमेषु (sequences) प्रतिरूपाणि (patterns) दृष्टवन्तः अपि च सङ्ख्याभिः सह नैकान् रुचिपूर्णान् प्रक्रमान् क्रियाकलापान् वा सम्पादितवन्तः । अस्मिन् अध्याये वयं स्वल्पसमीक्षणेन पुनरवलोकनेन च सह रुचिपूर्णतथ्येषु इतोऽपि चर्चां करिष्यामः ।

1.2 सङ्ख्यानां परस्परं तुलना

वयं तु पूर्वमपि सङ्ख्यानां परस्परं तुलनां कृतवन्तः, आयान्तु, अधुना पश्यामः यत् किं स्मरामः इति अधोलिखितासु सङ्ख्यासु बृहत्तमा सङ्ख्या का अस्ति ?

(i) 92, 392, 4456, 89742 — अहमेव बृहत्तमा

(ii) 1902, 1920, 9201, 9021, 9210 — अहमेव बृहत्तमा

आम्, वयम् अत्र उत्तरं जानीमः ।

मित्रैः सह चर्चां कुर्वन्तु, अवजानन्तु च यत् ते कस्मिन् अपि सङ्ख्यासमूहे बृहत्तमां सङ्ख्यां केन प्रकारेण परिचिन्वन्ति ?

प्रयत्नं कुर्वन्तु

किं भवन्तः शीघ्रं वक्तुं शक्नुवन्ति यत् प्रत्येकं पङ्क्तिषु का बृहत्तमा सङ्ख्या अस्ति तथा च का लघुतमा सङ्ख्या अस्ति इति ?

1. 382, 4972, 18, 59785 ,750 — उत्तरम् : 59785 इति सङ्ख्या बृहत्तमा अस्ति, 18 इति सङ्ख्या लघुतमा अस्ति ।
2. 1473, 89423, 100, 5000, 310 — उत्तरम् : ____________________
3. 1834, 75284, 111, 2333, 450 — उत्तरम् : ____________________
4. 2853, 7691, 9999, 12002, 124 — उत्तरम् : ____________________

किमिदं सरलम् आसीत् ? कथं सरलम् आसीत् ?

अत्र तु वयं केवलं सङ्ख्यायाः अङ्कान् दृष्ट्वा उत्तरं ज्ञातवन्तः । बृहत्तमायां सङ्ख्यायाम् बृहत्तमायां सङ्ख्यायाम् अधिक-सहस्राणि भवन्ति, लघुतम-सङ्ख्याः शतेषु वा दशसु वा एव भवन्ति ।

एतम् एव मार्गम् आश्रित्य इतोऽपि पञ्चप्रश्नान् रचयन्तु तान् प्रश्नान् च समाधातुं मित्रेभ्यः प्रयच्छन्तु ।

अधुना, 4875, 3542 इति एतयोः सङ्ख्ययोः मध्ये वयं कथं तुलनांतुलनां कुर्मः ?

अत्र एतत् कार्यं बहुकठिनं नास्ति । पूर्वोक्तयोः द्वयोः सङ्ख्ययोः मध्ये अङ्कानां सङ्ख्या समाना अस्ति । एते द्वे सङ्ख्ये सहस्रेषु स्तः । परन्तु 4875 इत्यस्य सहस्रस्थानस्य अङ्कः, 3542 इत्यस्य सहस्रस्थानस्य अङ्कात् अपि बृहत्तरः वर्तते। अतः 4875 इति सङ्ख्या एव 3542 इति सङ्ख्यायाः अपेक्षया बृहत्तमा सङ्ख्या अस्ति ।

अधुना वदन्तु यत् 4875 , 4542 इति अनयोः सङ्ख्ययोः का सङ्ख्या वृहत्तरा अस्ति ? अत्रापि द्वयोः सङ्ख्ययोः अङ्कानां सङ्ख्या समाना अस्ति । अनेन सहैव, द्वयोः मध्ये सहस्रस्य स्थाने समानः अङ्कः अस्ति अधुना वयं किं कुर्मः ? वयम् अग्रिमम् अङ्कं प्रति गच्छामः, अर्थात् शतस्य स्थाने आगम्यमानम् अङ्कं पश्यामः । 4875 इत्यत्र शतं स्थानीयः अङ्कः, 4542 इत्यस्मात् शतं स्थानीयात् अङ्कात् अधिकः अस्ति । अतः 4542 इति सङ्ख्यातः 4875 इति सङ्ख्या अधिका अस्ति । यदि सङ्ख्याद्वये शतं स्थानीयौ अङ्कौ अपि समानौ स्यातां तर्हि वयं किं कुर्यास्म ?

4875,4889 इति एतयोः सङ्ख्ययोः मध्ये परस्परं तुलनां कुर्वन्तु।
4875,4879 इति एतयोः सङ्ख्ययोः मध्ये तुलनां कुर्वन्तु।

प्रयत्नं कुर्वन्तु

प्रत्येकं समूहे बृहत्तमां सङ्ख्यां लघुतमां सङ्ख्यां च अन्वेषयन्तु।

a) 4536, 4892, 4370, 4452

b) 15623, 15073, 15189, 15800

c) 25286, 25245, 25270, 25210

d) 6895, 23787, 24569, 24659

इतोऽपि एवं विधान् पञ्चप्रश्नान् रचयन्तु समाधानाय च स्वीयमित्रेभ्यः यच्छन्तु।

1.2.1 भवन्तः कतीनां सङ्ख्यानां निर्माणं कर्तुं शक्नुवन्ति ?

कल्पनां कुर्वन्तु यत् अस्माकं समीपे 7, 8, 3 तथा च 5 इत्येते अङ्काः सन्ति। एतान् अङ्कान् स्वीकृत्य अङ्क-चतुष्टयात्मिकीं भिन्न-भिन्न सङ्ख्या रचनीया या भिन्नाङ्कात्मकी सङ्ख्या अस्माभिः रचिता,तत्र कश्चन अपि समानः अङ्कः वारद्वयं न आगच्छेत्। अनेन प्रकारेण, 7835 इति सङ्ख्या तु रचयितुं शक्यते किन्तु 7735 इति सङ्ख्या नैव। एतैः चतुर्भिः अङ्कैः यावत्यः सङ्ख्या रचयितुं शक्यन्ते, तावतीः रचयन्तु।

भवद्भिः का बृहत्तमा सङ्ख्या लब्धा, का च लघुतमा सङ्ख्या लब्धा ? अत्र बृहत्तमा तु 8753 इति अस्ति लघुतमा तु 3578 इति अस्ति। द्वयोः मध्ये विद्यमान-अङ्कानां क्रमस्य विषये चिन्तयन्तु। किं भवन्तः वक्तुं शक्नुवन्ति यत् प्रदत्तेषु अङ्केषु बृहत्तमा सख्या कथम् अवगन्तुं शक्यते ?अवगमनाय प्रयुक्तां प्रक्रियां लिखन्तु।

प्रयत्नं कुर्वन्तु

1. पुनरावृत्तिं विना, प्रदत्ताङ्कानां प्रयोगं कृत्वा अङ्क-चतुष्टयात्मिकीं बृहत्तमां लघुतमां च सङ्ख्यां रचयन्तु।

   a) 2, 8, 7, 4 b) 9, 7, 4, 1 c) 4, 7, 5, 0 d) 1, 7, 6, 2 e) 5, 4, 0, 3

   (**सङ्केतः** – 0754 इयं तु अङ्कत्रयात्मिकी सङ्ख्या अस्ति।)

2. अधुना कस्यचित् एकस्य अङ्कस्य वारद्वयं प्रयोगं कृत्वा अङ्क-चतुष्टयात्मिकीं बृहत्तमाः लघुतमाः च सङ्ख्याः निर्मान्तु।

   a) 3, 8, 7 b) 9, 0, 5 c) 0, 4, 9 d) 8, 5, 1

   (**सङ्केतः** – प्रत्येकं स्थितौ चिन्तयन्तु यत् भवन्तः, कस्य अङ्कस्य वारद्वयं प्रयोगं करिष्यन्ति।)

3. प्रदत्तैः प्रतिबन्धैः सह, केषाञ्चित् चतुर्णाम् अङ्कानां प्रयोगं कृत्वा, अङ्क-चतुष्टयात्मिकीं बृहत्तमां लघुतमां च सङ्ख्यां लिखन्तु।

   a) 7 इति अङ्कः सर्वदा एकके स्थाने भवेत्।

बृहत्तमा	9	8	6	7
लघुतमा	1	0	2	7

(सावधानं पश्यन्तु, '0' इत्यङ्कात् सङ्ख्यायाः प्रारम्भः न भवितुं शक्नोति। किमर्थम् ?)

b) 4 इति अङ्कः सर्वदा दशकस्य	बृहत्तमा				4	
स्थाने भवेत्।	लघुतमा				4	
c) 9 इति अङ्कः सर्वदा शतकस्य	बृहत्तमा				9	
स्थाने भवेत्।	लघुतमा				9	
d) 1 इति अङ्कः सर्वदा सहस्रस्य	बृहत्तमा				1	
स्थाने भवेत्।	लघुतमा				1	

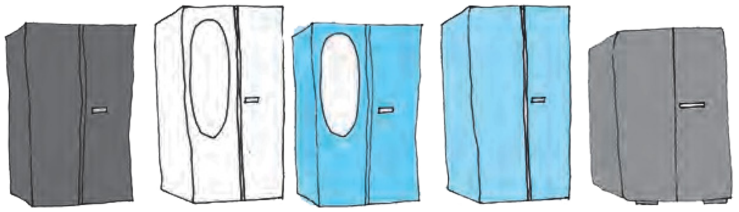
4) कल्पनां कुर्वन्तु भवन्तः अङ्कद्वयं तद्यथा - 2, 3 इति अङ्कौ स्वीकुर्वन्ति। अधुना अङ्कद्वयस्य अपि समानरूपेण आवृत्तिं कृत्वा अङ्कचतुष्टयात्मिकीः सङ्ख्याः रचयन्तु। सङ्ख्यासु कतमा सङ्ख्या वृहत्तमा अस्ति ? कतमा च सङ्ख्या लघुतमा अस्ति ? भवन्तः एतादृशीः आहत्य कति सङ्ख्याः रचयितुं शक्नुवन्ति ?

समुचिते क्रमे स्थापनम्।

1. एतेषु कः उन्नततमः ?
2. एतेषु कः वामनतमः ?

   a) किं भवन्तः एतान् एतेषां औन्नत्यस्य आरोह-क्रमे स्थापयितुं शक्नुवन्ति ?
   b) किं भवन्तः एतान् एतेषां औन्नत्यस्य अवरोह-क्रमे स्थापयितुं शक्नुवन्ति ?

रामहरिः (160 cm) डोली (154 cm) मोहनः (158 cm) शशी (159cm)



2635 रू. 1897 रू. 2854 रू. 1788 रू. 3975 रू.

किं क्रेतव्यम् ?

रीता सोहनः च कपाटिकां क्रेतुं गतवन्तौ। तत्र बह्व्यः कपाटिकाः मूल्यचिटिकया सह राराजन्ते स्म।

a) किं भवन्तः ताः कपाटिकाः मूल्यानुसारेण आरोहक्रमे स्थापयितुं शक्नुवन्ति ?
b) किं भवन्तः ताः कपाटिकाः मूल्यानुसारेण अवरोहक्रमे स्थापयितुं शक्नुवन्ति ?

प्रयत्नं कुर्वन्तु

भवन्तः इतोऽपि एवंविधान् पञ्चप्रसङ्गान् चिन्तयन्तु यत्र भवन्तःत्रयाणाम् अथवा ततोऽधिक-चयानां मध्ये तुलनां कुर्वन्ति।

आरोह-क्रमः – लघुतमात् आरभ्य बृहत्तमपर्यन्तं क्रमशः वस्तूनां सङ्ख्यानां वा स्थापनम्।
अवरोह-क्रमः – बृहत्तमात् आरभ्य लघुतमपर्यन्तं क्रमशः वस्तूनां सङ्ख्यानां वा स्थापनम्।

प्रयत्नं कुर्वन्तु

1. अधोलिखितसङ्ख्याः आरोहक्रक्रम-अनुसारं व्यवस्थित-रूपेण स्थापयन्तु।
   a) 847, 9754, 8320, 571
   b) 9801, 25751, 36501, 38802
2. अधोलिखितसङ्ख्याः अवरोहक्रम-अनुसारं व्यवस्थित-रूपेण स्थापयन्तु।
   a) 5000, 7500, 85400, 7861 b) 1971, 45321, 88715, 92547

एवमेव आरोह-अवरोह-क्रम-अनुसारं इतोऽपि दश उदाहरणानि सङ्गृह्य तेषां आरोह-अवरोह-क्रमानुसारं व्यवस्थितरूपेण स्थापयन्तु।

1.2.2 अङ्कानां स्थानान्तरम्

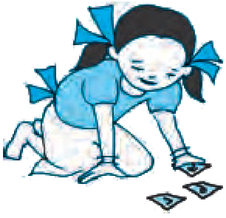
किं भवन्तः चिन्तयितुं शक्नुवन्ति यत् यदि अङ्कानाम् स्थानं परस्परं परिवर्तितं भवति तर्हि किं भवेत् इति ?

चिन्तयन्तु यत् 182 इति सङ्ख्या परिवर्तिते सति किं भविष्यति। एषा सङ्ख्या तु 821 सङ्ख्यावत् बृहत्तमा अपि भवितुं शक्नोति। अथवा 128 सङ्ख्यावत् लघ्वी अपि अपि भवितुं शक्नोति। एवमेव 391 इति सङ्ख्या गृहीत्वा अपि पूर्वोक्तां प्रक्रियां कुर्वन्तु।

अधुना अग्रे प्रदत्तेषु प्रश्नेषु अवधानं कुर्वन्तु । अङ्कत्रयात्मिकीं कामपि सङ्ख्यां स्वीकृत्य शतकस्थानाङ्कम् एकाङ्क-स्थानाङ्कं च परस्परं परिवर्तयन्तु।

a) किं नूतनसङ्ख्या पूर्वतनसङ्ख्यातः बृहत्तरा अस्ति ?
b) किं नूतनसङ्ख्या पूर्वतनसङ्ख्यातः लघुतरा अस्ति ?

एवं प्रकारेण निर्मितसङ्ख्याः आरोहण-अवरोहण-क्रमेण लिखन्तु।



पूर्वं 7 9 5

प्रथम-तृतीय-अङ्कानां परिवर्तितेषु सत्सु

अनन्तरकाले 5 9 7

यदि भवन्तः प्रथम-तृतीय-अङ्कानां परस्परं परिवर्तनं कुर्वन्ति तर्हि कस्यां स्थितौ सङ्ख्या बृहत्तमा लघुतमा च भविष्यति ?
इमां प्रक्रियाम् अङ्कचतुष्टयात्मक-सङ्ख्याम् अधिकृत्य पुनः कुर्वन्तु।

1.2.3 10000 इत्यस्याः सङ्ख्यायाः प्रवेशः।

वयं जानीमः यत् 99 इत्यस्याः सङ्ख्यायाः अनन्तरं कापि सङ्ख्या अङ्कद्वयात्मिकी नास्ति। 99 तु अङ्कद्वयात्मिकी बृहत्तमा सङ्ख्या अस्ति। एवमेव 999 अङ्कत्रयात्मिकी बृहत्तमा सङ्ख्या अस्ति, 9999 तु अङ्कचतुष्टयात्मिकी बृहत्तमा सङ्ख्या अस्ति। यदि वयं 9999 + 1 इति कुर्मः (अर्थात् योजयामः) तर्हि किं भवति ?

पश्यन्तु इदं प्रतिरूपम् :

9 + 1	=	10	=	10 x 1
99 +1	=	100	=	10 x 10
999 + 1	=	1000	=	10 x 100

वयं पश्यामः यत्

एकाङ्कस्य बृहत्तमा सङ्ख्या + 1 = अङ्कद्वयस्य लघुतमा सङ्ख्या,

अङ्कद्वयस्य बृहत्तमा सङ्ख्या + 1 = अङ्कत्रयस्य लघुतमा सङ्ख्या,

अङ्कत्रयस्य बृहत्तमा सङ्ख्या + 1 = अङ्कचतुष्टयस्य लघुतमा सङ्ख्या ,

इदानीं वयं इत्थं चिन्तयितुं शक्नुमः यत् अङ्कचतुष्टयस्य बृहत्तमया सङ्ख्यया सह 1 इति सङ्ख्यायाः योजनेन वयं पञ्चाङ्कयुक्तां लघुतमां, सङ्ख्यां प्राप्स्यामः, अर्थात् 9999 + 1 =10000 इति भवति। अपि च 9999 अस्याः अग्रिमसङ्ख्या अपि 10000 भवति। अपि च इदमपि चिन्तयितुं शक्यते यत् 10000 = 10 x 1000 भवति।

1.2.4 स्थानीयमानस्य पुनः दर्शनम्

भवन्तः स्थानीयमानस्य विषये बहुपूर्वमेव पठितवन्तः। तथा च 78 सदृश-अङ्कद्वयात्मक-सङ्ख्यायाः प्रसारितं रूपं भवतां स्मरणे स्यात्। तत्तु एवं भवति –

78 = 70 + 8

= 7 x 10 + 8

एवमेव भवन्तः 278 सदृश-अङ्कत्रयात्मक सङ्ख्यायाः प्रसारितरूपमपि जानन्ति। यथा-

278 = 200 + 70 +8

= 2 x 100 + 7 x 10 + 8

अत्र एकाङ्कस्थाने 8, दशकस्थाने 7, शतकस्थाने 2 इति, अस्ति।

अनन्तरं वयम् इमामेव युक्तिम् अङ्कचतुष्टयात्मक-सङ्ख्यार्थम् अपि प्रवर्त्तितवन्तः। उदाहरणार्थं, 5278 इति अस्याः सङ्ख्यायाः प्रसारितं रूपं भवति –

5278 = 5000 + 200 + 70 + 8

= 5 x 1000 + 2 x 100 + 7 x 10 + 8

अत्र एकाङ्कस्थाने 8, दशकस्थाने 7, शतकस्थाने 2, सहस्रस्थाने 5 अस्ति।

10000 अस्याः सङ्ख्यायाः अवगमनानन्तरं वयं इमामेव युक्तिम् अग्रे अपि योजयितुं शक्नुमः। वयं पञ्च-अङ्कात्मिकीं 45278 इति सङ्ख्याम् एवं प्रकारेण लिखामः।

45278 = 4 x 10000 + 5 x 1000 + 2 x 100 + 7 x 10 + 8

अत्र वयं कथयामः यत् एकाङ्कस्थाने 8, दशकस्थाने 7, शतकस्थाने 2, सहस्रस्थाने 5, दशसहस्रस्थाने 4 अस्ति। सङ्ख्यामिमां अष्टसप्तत्युत्तर-द्विशताधिक पञ्चचत्वारिंशत्सहस्रम् इति पठामः। किमधुना भवन्तः 5 इति अङ्कात्मिकीं लघुतमां बृहत्तमां च सङ्ख्यां लेखितुं शक्नुवन्ति ?

प्रयत्नं कुर्वन्तु

सङ्ख्याः पठन्तु अपि च यत्र यत्र रिक्तस्थानम् अस्ति तत्र तासां नाम लिखन्तु अपि च प्रसारितं रूपं लिखन्तु।

सङ्ख्या	सङ्ख्यायाः नाम	प्रसारितं रूपम्
20000	विंशतिसहस्रम्	2 x 10000
26000	षड्-विंशतिसहस्रम्	2 x 10000 + 6 x 1000
38400	चतुःशतोत्तर-अष्टात्रिंशत्-सहस्रम्	3 x 10000 + 8 x 1000 + 4 x 100
65740	चत्वारिंशदुत्तर-सप्तशताधिक-पञ्चषष्ठिसहस्रम्	6 x 10000 + 5 x 1000 + 7 x 100 + 4 x 10
89324	चतुर्विंशत्युत्तर-त्रिशताधिक-नवाशीतिसहस्रम्	8 x 10000 + 9 x 1000 + 3 x 100 + 2 x 10 + 4
50000	पञ्चाशत्सहस्रम्	______________
41000	एकचत्वारिंशत्सहस्रम्	______________
47300	त्रिशतोत्तर-सप्तचत्वारिंशत्सहस्रम्	______________
57630	त्रिंशदुत्तर-षट्शताधिक-सप्तपञ्चाशत्सहस्रम्	______________
29485	पञ्चाशीत्युत्तर-चतुःशताधिक-नवविंशतिसहस्रम्	______________
29085	पञ्चाशीत्युत्तर-नवविंशतिसहस्रम्	______________
20085	पञ्चाशीत्युत्तर-विंशतिसहस्रम्	______________
20005	पञ्चोत्तर-विंशतिसहस्रम्	______________

पञ्च-अङ्कानाम् इतोऽपि पञ्चसङ्ख्याः लिखन्तु, पठन्तु अपि च प्रसारितं रूपं लिखन्तु।

1.2.5 100000 अस्याः सङ्ख्यायाः प्रवेशः।

पञ्च-अङ्कानां बृहत्तमा सङ्ख्या का अस्ति ? तथा पञ्च-अङ्कानां बृहत्तमया सङ्ख्यया सह 1 इति सङ्ख्या योज्यते चेत् षडङ्कानां लघुतमा सङ्ख्या भवत्येव। अर्थात् –

99999 + 1 = 1,00,000

सङ्ख्यायाः अस्याः एकलक्षम् इति नाम। एकलक्षं तु 99999 अस्याः सङ्ख्यायाः अग्रिमा सङ्ख्या अस्ति।

एतेन साकं 10,000 x 10 = 1,00,000

अधुना वयं 6 अङ्क-सङ्ख्यानाम् अपि च तासां प्रसारितं रूपम् अपि लेखितुं शक्नुमः।

2,46,853 = 2 x 1,00,000 + 4 x 10,000 + 6 x 1,000 + 8 x 100
+ 5 x 10 + 3 x 1

अस्यां सङ्ख्यायाम् एकाङ्ककस्थाने 3, दशकस्थाने 5, शतकस्थाने 8, सहस्रस्थाने 6, दशसहस्रस्थाने 4, लक्षस्थाने 2 अस्ति। इमां सङ्ख्यां 2,46,853 (त्रिपञ्चाशदुत्तर-अष्टशताधिक-षट्चत्वारिंशत्सहस्रोत्तर-द्विलक्षम्) इति पठामः।

प्रयत्नं कुर्वन्तु

सङ्ख्यां पठित्वा रिक्तस्थानानि पूरयत।

सङ्ख्या	सङ्ख्यायाः नाम	प्रसारितं रूपम्
3,00,000	त्रिलक्षम्	3 x 1,00,000
3,50,000	पञ्चाशत्सहस्राधिक-त्रिलक्षम्	3 x 1,00,000 + 5 x 10,000
3,53,500	पञ्चशतोत्तर-त्रिपञ्चाशदधिक-त्रिलक्षम्	3 x 1,00,000 + 5 x 10,000 + 3 x 1000 + 5 x 100
4,57,928	____________	____________
4,07,928	____________	____________
4,00,829	____________	____________
4,00,029	____________	____________

1.2.6 बृहत्-सङ्ख्याः

यदि वयं 6 अङ्कानां बृहत्तमया सङ्ख्यया 1 योजयामः चेत् तर्हि 7 अङ्कानां लघुतमा सङ्ख्या लभ्यते। तां सङ्ख्यां वयं दशलक्षम् इति पठामः।

6 अङ्कानां बृहत्तमां 7 अङ्कानां लघुतमां सङ्ख्यां लिखन्तु।

7 अङ्कानां बृहत्तमां 8 अङ्कानां च लघुतमां सङ्ख्यां लिखन्तु।

8 अङ्कानां लघुतमां सङ्ख्याम् एककोटिः इति वदामः।

प्रतिरूपाणि लिखन्तु -

9 + 1 = 10

99 + 1 = 100

999 + 1 = ________

9,999 + 1 = ________

99,999 + 1 = ________

9,99,999 + 1 = ________

99,99,999 + 1 = 1,00,00,000

स्मरन्तु –

1 शतम्	= 10 दश
1 सहस्रम्	= 10 शतम्
	= 100 दश
1 लक्षम्	= 100 सहस्रम्
	= 1000 शतम्
1 कोटिः	= 100 लक्षम्
	= 10,000 सहस्रम्

प्रयत्नं कुर्वन्तु

1. 10 – 1 = ?
2. 100 – 1 = ?
3. 10,000 – 1 = ?
4. 1,00,000 – 1 = ?
5. 1,00,00,000 – 1 = ?

(सङ्केतः - प्रतिरूपम् अभिजानन्तु।)

अनेक-विभिन्न-स्थितिषु अस्माकं पुरतः बृहत्-सङ्ख्याः आगच्छन्ति । उदाहरणार्थं भवतां कक्ष्यायाः छात्राणां सङ्ख्या अङ्कद्वयात्मकं भवेत् , अपि च भवतां शालायाः संपूर्ण-छात्राणां सङ्ख्या 3 अथवा 4 अङ्कानां भवेत् । पार्श्वस्थ-नगरे विद्यमान-जनानां सङ्ख्या इतोऽपि बृहती स्यात् ।

किम् इयं 5,6 अथवा 7 अङ्कानां सङ्ख्या अस्ति ? किं भवन्तः स्वकीये राज्ये निवसतां जनानां सङ्ख्याविषये जानन्ति ?

अस्यां सङ्ख्यायां कति अङ्काः भवेयुः ?

गोधूमेन भरितायां द्रोण्यां धान्यानां सङ्ख्या का भवेत् ? किम् इयं 5 अथवा 6 अङ्कानां सङ्ख्या भवेत् उत इतोऽपि बृहती स्यात् ?

प्रयत्नं कुर्वन्तु

1. एवमेव पञ्च-उदाहरणानि ददतु यत्र गणन-वस्तूनां सङ्ख्या 6 अङ्कानां सङ्ख्यातः अधिका भवेत् ।
2. 6 अङ्कानां बृहत्तम-सङ्ख्यातः आरभ्य अवरोहणक्रमे पञ्च-पूर्वतन-सङ्ख्याः लिखन्तु ।

1.2.7 बृहत्-सङ्ख्यानां पठने लेखने च एकं साहाय्यम्

अधोलिखिताः सङ्ख्याः पठितुं प्रयत्नं कुर्वन्तु ।

(a) 279453 (b) 5035472

(c) 152700375 (d) 40350894

किं भवन्तः किमपि काठिन्यम् अनुभूतवन्तः ?

तर्हि भवन्तः अत्र कीदृशं काठिन्यम् अनुभूतवन्तः ?

कदाचित् बृहत्-सङ्ख्यानां पठने लेखने च सूचकस्य उपयोगं कुर्मः । शगुफ्ता अपि पठने लेखने च सहायक-सूचकस्य उपयोगं करोति । एतादृशाः सूचकाः प्रसारित-रूपे सङ्ख्यानां लेखनं कर्तुं साहाय्यं कुर्वन्ति । उदाहरणार्थं सा 257 इत्यत्र एककस्थाने, दशकस्थाने, शतकस्थाने च अङ्कान् ज्ञात्वा तान् कोष्टके O, T, H एतेषाम् अधोभागे एवं लिखति । तद्यथा –

H	T	O	प्रसारितं रूपम्
2	5	7	2 x 100 + 5 x 10 + 7 x 1

एवमेव, 2902 इत्यस्याः कृते अपि

Th	H	T	O	प्रसारितं रूपम्
2	9	0	2	2 x 1000 + 9 x 100 + 0 x 10 + 2 x 1

सा इमामेव अवधारणां लक्ष-पर्यन्तं सङ्ख्यानां कृते अपि प्रवर्तयति । यथा - अधोलिखित-कोष्टके वयं द्रष्टुं शक्नुमः । सावधानेन पठन्तु एवम् अवशिष्ट-प्रविष्टि-द्वारा रिक्तस्थानानि पूरयन्तु ।

सङ्ख्या	TLa	La	TTh	Th	H	T	O	सङ्ख्यानां नाम	प्रसारितं रूपम्
7,34,543		7	3	4	5	4	3	त्रयश्चत्वारिंशदुत्तर- पञ्चशताधिक- चतुस्त्रिंशत्सहस्रपर- सप्तलक्षम्	______
32,75,829	3	2	7	5	8	2	9	______	3 x 10,00,000 + 2 x 1,00,000 + 7 x 10,000 + 5 x 1,000 + 8 x 100 + 2 x 10 + 9 x 1

एवमेव वयम् इमामेव अवधारणां कोटि-पर्यन्तं सङ्ख्यानां कृते अपि प्रवर्तयितुं शक्नुमः।

सङ्ख्या	TCr	Cr	TLa	La	TTh	Th	H	T	O	सङ्ख्यानां नाम
2,57,34,543	__	2	5	7	3	4	5	4	3	______
65,32,75,829	6	5	3	2	7	5	8	2	9	नवविंशत्युत्तर- अष्टशताधिक- पञ्चसप्ततिसहस्रोत्तर-द् वात्रिंशत्लक्षपर-पञ्चषष् ठिकोटिः

भवन्तः सङ्ख्यानां प्रसारितं रूपं लेखितुम् अन्य-कोष्टकानां निर्माणम् अपि कर्तुं शक्नुवन्ति।

अल्पविरामाणां प्रयोगः

भवन्तः सावधानतया दृष्टवन्तः स्युः यत् उपरि प्रदत्त-कोष्ठकेषु बृहत्-सङ्ख्यानां लेखनसमये वयं अल्पविरामस्य प्रयोगं कृतवन्तः। बृहत्-सङ्ख्यानां पठने लेखने च अल्पविरामः अस्माकं कृते बहुसाहाय्यं करोति। सङ्ख्याङ्कनस्य भारतीय-पद्धत्यां वयम् एकं, दश, शतं, सहस्रं, लक्षं, कोटिः इत्यादीनां प्रयोगं कुर्मः। सहस्रस्य, लक्षस्य अथवा कोटिपरिमितानां सङ्ख्यानां प्रदर्शनाय वयं अल्पविरामानां प्रयोगं कुर्मः। प्रथम-अल्पविरामः शतकस्य अनन्तरं स्थाप्यते अपि च सहस्रस्य सूचकः भवति। द्वितीयः अल्पविरामः दशसहस्रस्य अनन्तरं स्थाप्यते अपि च लक्षस्य सूचकः भवति। तृतीयः अल्पविरामः दशलक्षस्य अनन्तरं स्थाप्यते अपि च कोटेः सूचकः भवति।

उदाहरणार्थम्,

5, 08, 01, 592
3, 32, 40, 781
7, 27, 05, 062

सङ्ख्यानां नामलेखने वयम् अल्पविरामस्य प्रयोगं न कुर्मः।

उपरि लिखित-सङ्ख्यानां पठनार्थं प्रयत्नं कुर्वन्तु। एवमेव इतोऽपि पञ्च-सङ्ख्याः लिखन्तु पठन्तु च

।

अन्ताराष्ट्रिय-सङ्ख्याङ्कन-पद्धतिः

अन्ताराष्ट्रिय-पद्धत्यां सहस्रानन्तरं मिलियन् इत्यस्य प्रयोगः भवति । सहस्रम् अपि च मिलियन् इत्यनयोः प्रदर्शनार्थम् अल्पविरामस्य प्रयोगः क्रियते । प्रथमः अल्पविरामः सहस्रस्य, द्वितीयः अल्पविरामः मिलियन् इत्यस्य प्रदर्शनं करोति । उदाहरणार्थं, सङ्ख्यां 50, 801, 592 इमाम् अन्ताराष्ट्रिय-पद्धत्यां द्वानवत्युत्तरपञ्चशताधिक-एकाधिकाष्टशतसहस्रपर-पञ्चाशन्मिलियन् इति वदामः । भारतीयपद्धत्यां तु द्वानवत्युत्तरपञ्चशताधिक-एकसहस्रोत्तर-अष्टलक्षाधिक-पञ्चकोटिः इति वदामः।

कतिचन लक्षाणां एकं मिलियन् भवति ?

कतिचन मिलियन् इत्यस्य एक-कोटिः भवति ?

तिस्रः बृहत्-सङ्ख्याः लिखन्तु । ताः भारतीयपद्धत्याम् अन्ताराष्ट्रियपद्धत्यां च निर्दिशन्तु ।

अस्मिन् कार्ये भवतां रुचिः स्यात् –

अन्ताराष्ट्रिय-पद्धत्यां शतमिलियन् इत्यतः बृहत्-सङ्ख्यानां सम्बोधनार्थं बिलियन् इत्यस्य प्रयोगं कुर्वन्ति ।

1 बिलियन् = 1000 मिलियन्

किं भवन्तः जानन्ति ?

अनेन प्रकारेण भारतस्य जनसङ्ख्यायाः वृद्धिः अभवत् ।

1921-1931 अस्मिन् समये 27 मिलियन्

1931-1941 अस्मिन् समये 37 मिलियन्

1941-1951 अस्मिन् समये 44 मिलियन्

1991-2001 अस्मिन् समये कियती वृद्धिः जाता ? एतत्समबद्धायाः सूचनायाः प्राप्तये प्रयत्नं कुर्वन्तु । किं भवन्तः जानन्ति यत् अधुना भारतस्य जनसङ्ख्या का अस्ति ? ज्ञातुं प्रयत्नं कुर्वन्तु ।

प्रयत्नं कुर्वन्तु

1. कोष्ठके सङ्ख्याः लिखन्तु अपि च प्रसारितरूपेषु अपि लिखन्तु |

   (i) 475320 (ii) 9847215

   (iii) 97645310 (iv) 30458094

   (a) एतासु सङ्ख्यासु का लघुतमा सङ्ख्या अस्ति ?

   (b) एतासु सङ्ख्यासु का बृहत्तमा सङ्ख्या अस्ति ?

   (c) आरोहण-अवरोहण-क्रमे सङ्ख्याः लिखन्तु ।

2. अधोलिखितसङ्ख्याः पश्यन्तु ।

   (ii) 527864 (ii) 95432

   (iii) 18950049 (iv) 70002509

   (a) कोष्ठके सङ्ख्याः लिखन्तु अपि च प्रसारितरूपेषु अपि लिखन्तु |

   (b) आरोहण-अवरोहण-क्रमे सङ्ख्याः लिखन्तु ।

किं भवन्तः सङ्ख्याङ्कलेखने मम साहाय्यं कुर्वन्ति ?

सङ्ख्यायाः सङ्ख्याङ्कलेखने भवन्तः पुनः कोष्ठकस्य प्रयोगं कर्तुं शक्नुवन्ति।

(a) अष्टोत्तर-सप्ततिसहस्राधिक-द्विचत्वारिंशत्लक्षम्।

(b) अष्टशतोत्तर-पञ्चपञ्चाशत्सहस्रोत्तर-नवतिलक्षोत्तर-द्विकोटिः।

(c) पञ्चपञ्चाशदुत्तर-षष्ठिसहस्राधिक-सप्तकोटिः।

प्रयत्नं कुर्वन्तु

1. भवतां पार्श्वे 4, 5, 6, 0, 7, 8 इति एते अङ्काः सन्ति।एतेषां साहाय्येन 6 अङ्कानां पञ्च-सङ्ख्याः लिखन्तु।
   (a) पठने सारल्यार्थम् अल्पविरामस्य प्रयोगं कुर्वन्तु।
   (b) आरोहण-अवरोहण-क्रमे अपि योजयन्तु।
2. 4, 5, 6, 7, 8, 9 एतेषां साहाय्येन 8 अङ्कानां सङ्ख्यात्रयं लिखन्तु, पठने सारल्यार्थम् अल्पविरामस्य प्रयोगं कुर्वन्तु।
3. 3, 0, 4 एतेषां साहाय्येन 6 अङ्कानां पञ्चसङ्ख्याः लिखन्तु अल्पविरामस्य प्रयोगमपि कुर्वन्तु

अभ्यासः 1.1

1. रिक्तस्थानं पूरयन्तु।
   (a) 1 लक्षम् = ____________ दशसहस्रम्
   (b) 1 मिलियन् = ____________ शतसहस्रम्
   (c) 1 कोटिः = ____________ दशलक्षम्
   (d) 1 कोटिः = ____________ मिलियन्
   (e) 1मिलियन् = ____________ लक्षम्
2. समुचित-स्थानेषु अल्पविरामस्य प्रयोगं कृत्वा सङ्ख्याकान् लिखन्तु।
   (a) सप्तोत्तर-त्रिशताधिक-पञ्चपञ्चाशत्सहस्रोत्तर-त्रिसप्ततिलक्षम्,
   (b) एकचत्वारिंशदुत्तर-पञ्चलक्षाधिक-नवकोटिः,
   (c) द्वि-उत्तर-त्रिशताधिक-एकविंशतिसहस्रोत्तर-द्विपञ्चाशत्लक्षोत्तर-सप्तकोटिः,
   (d) द्वि-उत्तर-द्विशताधिक-त्रयोविंशत्यधिकचतुश्शतसहस्रोत्तर-अष्टपञ्चाशत्मिलियन्
   (e) दशोत्तर-त्रिंशत्सहस्राधिक-त्रयोविंशतिलक्षम्
3. उपयुक्तस्थानेषु अल्पविरामस्य प्रयोगं कृत्वा भारतीय-सङ्ख्याकन-पद्धत्यां लिखन्तु।
   (a) 87595762 (b) 8546283 (c) 99900046 (d) 98432701
4. अन्ताराष्ट्रिय-पद्धत्याम् अल्पविरामस्य योजनं कृत्वा पठन्तु।
   (a) 78921092 (b) 7452283 (c) 99985102 (d) 48049831

1.3 व्यवहारेषु बृहत्-सङ्ख्याः

पूर्व-कक्ष्यासु वयं पठितवन्तः यत् औन्नत्यम् एकमात्रकस्य गणनार्थं सेण्टीमीटर् इत्यस्य उपयोगः क्रियते । वयम् अङ्कन्याः औन्नत्यस्य अथवा पुस्तकस्य अभ्यासपुस्तकस्य च वैशाल्यस्य मापनार्थं सेण्टीमीटर् इत्यस्य प्रयोगं कुर्मः। मापके सेण्टीमीटर् चिह्नम् अङ्कितं भवति । परन्तु, एकस्याः अङ्कन्याः स्थूलत्वस्य मापनार्थं सेण्टीमीटर् न अपेक्ष्यते इत्यतः वयं अङ्कन्याः स्थूलतायाः परिमापनाय मिलीमीटर् इत्यस्य प्रयोगं कुर्मः ।

(a) 10 मिलीमीटर् = 1 सेण्टीमीटर्

स्व-कक्ष्यायाः प्रकोष्ठस्य अथवा शाला भवनस्य वैशाल्य-मापनार्थम् सेण्टीमीटर् तु लघुतम-मापकं भवति । अतः तत्र मीटर् इत्यस्य प्रयोगं कुर्मः ।

(b) 1 मीटर् = 100 सेण्टीमीटर् = 1000 मिलीमीटर्

यदि अस्माभिः देहली-मुम्बयी-नगरयोः अथवा देहली-कोलकत्ता-नगरयोः मध्ये विद्यमान-दूरतायाः विषये सूचना दातव्या स्यात् तर्हि मीटर् इति अपि कश्चन लघुतम-मापकं भवति । अतः एतदर्थं वयं कस्यचित् व्यापकमात्रकस्य किलोमीटर इत्यस्य प्रयोगं कुर्मः ।

(c) 1 किलोमीटर् =1000 मीटर् इति ।

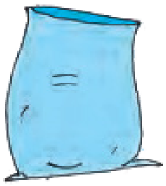
कियन्मिलीमीटर्-द्वारा 1 किलोमीटर् इति भवति ?

यतो हि 1 मीटर् = 1000 मिलीमीटर् अतः

1 किमी = 1000 मी = 1000 x 1000 = 10,00,000 मिमी

प्रयत्नं कुर्वन्तु

1. कतिभिः सेण्टीमीटर् इत्येतैः एकं किलोमीटर् इति भवति ?
2. भारतस्य पञ्च-बृहत्-नगराणां नाम लिखन्तु । तत्रत्यां जनसङ्ख्याम् अभिजानन्तु । प्रत्येकमपि नगरयुग्मस्य मध्ये विद्यमानदूरतां किलोमीटर् माध्यमेन अभिजानन्तु ।



वयं गोधूमस्य अथवा तण्डुलस्य क्रयणार्थं विपणीं गच्छामः । तौ वयं किलोग्रां माध्यमेन क्रीणामः । परन्तु आर्द्रक-मरीचिकासदृश-शाकान् ग्राम् इति परिमाणेन एव क्रीणीमः । वयं तु जानीमः यत्

1 किलोग्राम् = 1000 ग्राम्

यदि अस्माकम् आरोग्यं सम्यक् न भवति तर्हि ओषधिम् सेवामहे । किम् तस्य औषधस्य भारविषये कदाचित् भवन्तः अवधानं कृतवन्तः ? स्मरन्तु औषधस्य भारमापनाय मिलीग्राम् इत्यस्य उपयोगः भवति ।

1 ग्राम् = 1000 मिलीग्राम्

प्रयत्नं कुर्वन्तु

1 कतिभिः मिलीग्राम इत्येतैः 1 किलोग्राम इति भवति ?

2. औषध-गुलिकानाम् कस्याञ्चित् मञ्जूषायां 2,00,000 इति सङ्ख्यकाः गुलिकाः सन्ति । प्रत्येकं गुलिका अपि 20 ग्राम् अस्ति । तर्हि सर्वासां गुलिकानां भारः कति ग्राम् अस्ति ? अपि च कति किलोग्राम् अस्ति ?

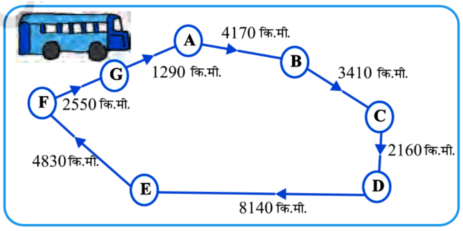
जलपूरितायाः सामान्य-द्रोण्याः धारण-क्षमता प्रायः कियती स्यात् ? प्रायः 20 लीटर् इति भवति। अत्र धारण-क्षमतां लीटर्-माध्यमेन प्रदर्शयामः । परन्तु कदाचित् कस्यचित् मात्रकस्य परिमापकस्य वा अपि आवश्यकता भवति। अयं मात्रकः मिलीलीटर इति अस्ति। केशतैलं, प्रक्षालनद्रवम् अथवा किमपि पेयम् इत्यादीनां कूप्याः उपरि या मात्रा लिखिता भवति, सा मिलीलीटर इति रूपेण लिखिता भवति।

1 लीटर् = 1000 मिलीलीटर्

अवधानं ददातु, अत्र वयं केषाञ्चित् किलो,मिली, सेण्टी इत्यादीनां सर्वनिष्ठ-शब्दानां प्राप्तिं कुर्मः । भवन्तः स्मरन्तु यत् किलो इत्यस्य अर्थः सहस्रम् इति, मिली इत्यस्य अर्थः सहस्रभागांशः इति। अत्र किलो तु बृहत्तरं मिली तु लघुतरं भवति। इत्युक्ते 1 किलोग्राम् =1000 ग्राम् , 1 ग्राम् =1000 मिलीग्राम् भवति। एवमेव 1 मीटर् = 100 सेण्टीमीटर् भवति।

प्रयत्नं कुर्वन्तु

एकं बस-यानं स्व-यात्रायाः आरम्भं करोति। 60 किमी/ घण्टा वेगेन विभिन्नस्थानान् प्राप्तम्। इमां यात्रां। अधोभागे दर्शितम् अस्ति।



(i) A तः D पर्यन्तं बस-यानेन कति दूरं क्रमणं कृतम् ?

(ii) D तः G पर्यन्तं बस-यानेन कति दूरं क्रमणं कृतम् ?

(iii) बस-यानेन आहत्य कति दूरं क्रमितम् ?

(iv) C तः D पर्यन्तम् अपि च D तः E पर्यन्तं यावत् दूरं भवति इति गणनं कृत्वा तयोः मध्ये कति अन्तरं भवति इति गणनं कुर्वन्तु।

(v) बस-यानेन अधोलिखितासु यात्रासु स्वीकृत-समयस्य गणनं कुर्वन्तु।

(a) A तः B पर्यन्तम् (b) C तः D पर्यन्तम्

(c) E तः G पर्यन्तम् (d) सम्पूर्ण-यात्रा

रमणस्य आपणम्

वस्तूनि	मूल्यम्
सेवफलम्	40 रू प्रति किग्रा
नारङ्गफलम्	30 रू प्रति किग्रा
कङ्कतम्	3 रू प्रत्येकम्
दन्तधावनी	10 रू प्रत्येकम्
अङ्कनी	1 रू प्रत्येकम्
टिप्पणी-पुस्तिका	6 रू प्रत्येकम्
फेनकम्	8 रू प्रत्येकम्

गतवर्षस्य विक्रयणम्

सेवफलम्	2457 कि.ग्रा.
नारङ्गफलम्	3004 कि.ग्रा.
कङ्कतम्	22760
दन्तधावनी	25367
अङ्कनी	38530
टिप्पणी-पुस्तिका	40002
फेनकम्	20005

(a) किं भवन्तः गतवर्षे रमणेन विक्रीतानां सेवफलानां तथा नारङ्गफलानां च सम्पूर्णभारस्य गणनं कर्तुं शक्नुवन्ति ?

सेवफलानां भारः = ____________ कि.ग्रा.

नारङ्गफलानां भारः = ____________ कि.ग्रा.

अतः सम्पूर्णभारः = ____________ कि.ग्रा. + ____________ कि.ग्रा.

उत्तरम् = ____________ कि.ग्रा.

(b) किं भवन्तः गणयितुं शक्नुवन्ति यत् रमणः सेवफलानां विक्रयणेन आहत्य कियद्धनं प्राप्तवान् इति ?

(c) किं भवन्तः गणयितुं शक्नुवन्ति यत् रमणः नारङ्गफलानां विक्रयणेन आहत्य कियद्धनं प्राप्तवान् इति ?

(d) विक्रयणेन प्राप्तं धनं दर्शयितुं एकं कोष्ठकम् रचयन्तु तत्र आगतं धनम् आरोहणक्रमे योजयन्तु। तत् किं वस्तु अस्ति यस्य विक्रयणेन रमणः सर्वाधिकं धनं प्राप्तवान् ? सः धनराशिः कः ?

वयं तु योग-व्यवकलन-गुणन-भागैः सम्मिलितानां बहुविध-प्रश्नानां समाधानं कृतवन्तः। अधुना इतोऽपि काञ्चन प्रश्नान् समाधातुं प्रयत्नं कुर्मः। प्रारम्भात् पूर्वं एतानि उदाहरणानि पश्यन्तु अपि च प्रयुक्त-विधीनाम् उपयोगं कुर्वन्तु।

उदाहरणम् 1 : सुन्दरनगरस्य जनसङ्ख्या 1991 तमे वर्षे 2,35,471 आसीत्। 2001 तमे वर्षे 72,958 वृद्धिः जाता। तर्हि 2001 तमे वर्षे कति जनसङ्ख्याः आसन् ?

समाधानम् : 2001 तमस्य वर्षस्य जनसङ्ख्या

= 1991 तमस्य वर्षस्य जनसङ्ख्या + जनसङ्ख्यायां वृद्धिः

= 2,35,471 + 72,958

अधुना

$$\begin{array}{r} 235471 \\ +\ \ 72958 \\ \hline 308429 \\ \hline \end{array}$$

सलमा तु सङ्ख्यानां योजनम् इत्थं कृतवती। यथा 235471 = 200000 + 35000 + 471 अपि च 72958 = 72000 + 958 अनन्तरं 200000 + 107000 +1429

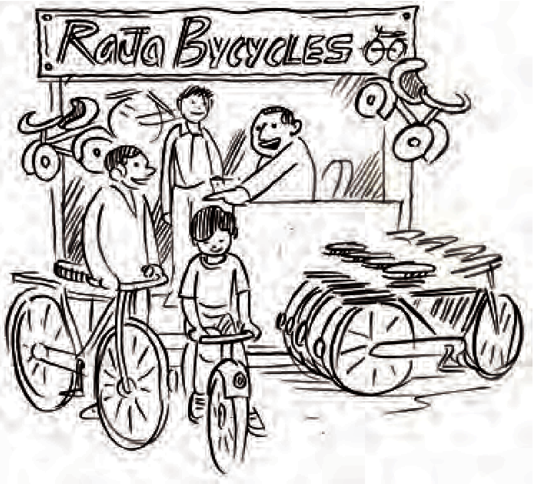
= 308429 मेरी एवं कृतवती। यथा 200000 + 35000 + 400 + 71 + 72000 900 + 58 = 307429

उत्तरम् : 2001 तमे वर्षे नगरस्य जनसङ्ख्या 3,08,429 आसीत्।

त्रयः अपि विधयः सम्यक् एव सन्ति।

उदाहरणम् 2 : एकस्मिन् राज्ये 2002-2003 तमे वर्षे 7,43,000 द्विचक्रिकाणां विक्रयणं जातम्। 2003-2004 तमे वर्षे 8,00,100 द्विचक्रिकाणां विक्रयणं जातम्। तर्हि कस्मिन् वर्षे अधिक-द्विचक्रिकाणां विक्रयणं जातम्? आहत्य कतीनाम् अधिक-द्विचक्रिकाणां विक्रयणं जातम्?

समाधानम् : स्पष्टमस्ति यत् सङ्ख्या 8,00,100 तु सङ्ख्या 7,43,000 इत्यतः अधिकतरः अस्ति। अतः तस्मिन् राज्ये 2003-2004 तमे वर्षे अधिकाधिक-द्विचक्रिकाणां विक्रयणं जातम्।



अधुना-

$$\begin{array}{r} 800100 \\ -\ 743000 \\ \hline 057100 \\ \hline \end{array}$$

योगं कृत्वा अपि अस्य तुलनां कर्तुं शक्नुमः।

तद्यथा

$$\begin{array}{r} 743000 \\ +\ 57100 \\ \hline 800100 \\ \hline \end{array}$$ (उत्तरं समानम्)

किं भवन्तः समस्यानां समाधानाय इतोऽपि अन्यविधीनां प्रयोगं कर्तुं प्रभवन्ति?

उत्तरम् : 2003-2004 तमे वर्षे 57,100 अधिकाः द्विचक्रिकाः विक्रीताः।

उदाहरणम् 3 : एकस्मिन् नगरे प्रतिदिनं समाचार-पत्रिकायाः प्रकाशनं भवति। एकस्यां पत्रिकायां 12 पृष्ठानि भवन्ति। प्रतिदिनं 11,980 पत्रिकाः प्रकाशिताः भवन्ति। तर्हि प्रतिदिनं कति पृष्ठानि प्रकाशितानि भवन्ति?

समाधानम् : प्रत्येकं पत्रिकायां 12 पृष्ठानि भवन्ति।

तर्हि 11,980 पत्रिकासु 12 x 11,980 पृष्ठानि।

आहत्य कति भवेयुः? 1,00,000 तः अधिकम्? अथवा न्यूनम्?

अधुना

$$\begin{array}{r} 11980 \\ \times\ 12 \\ \hline 23960 \\ +\ 119800 \\ \hline 143760 \\ \hline \end{array}$$

उत्तरम् : प्रतिदिनं 1,43,760 पृष्ठानि मुद्रितानि भवन्ति।

उदाहरणम् 4 : अभ्यासपुस्तकस्य निर्माणार्थं 75,000 कागदानि उपलब्धानि सन्ति। प्रत्येकं कागदेन अभ्यासपुस्तकस्य 8 पृष्ठानि भवन्ति। प्रत्येकं अभ्यासपुस्तके 200 पृष्ठानि सन्ति। उपलब्धेषु कागदेषु कतीनाम् अभ्यासपुस्तकानां निर्माणं कर्तुं शक्यते ?

समाधानम् : प्रत्येकं कागदेन 8 पष्ठानि भवन्ति।

अतः 75,000 कागदानां कृते 8 x 75,000 पृष्ठानि भवन्ति।

```
  75000
x     8
-------
 600000
-------
```

एवमेव अभ्यासपुस्तकस्य निर्माणार्थं 6,00,000 पृष्ठानि उपलब्धानि सन्ति।

अधुना 200 पृष्ठेभ्यः एकम् अभ्यासपुस्तकस्य निर्माणं भवति।

अतः 6,00,000 पृष्ठेभ्यः 6,00,000 ÷ 200 अभ्यासपुस्तकानि भवन्ति।

```
              3000
अधुना   200 ) 600000
              600
            --------
              0000
```

उत्तरम् : 3,000 अभ्यसपुस्तकानि।

अभ्यासः 1.2

1. एकदा कस्मिंश्चित् विद्यालये एका पुस्तकप्रदर्शनी आयोजिता आसीत्। प्रथमे, द्वितीये, तृतीये चतुर्थे च दिने क्रमशः 1094, 1812, 2050, 2751 चीटिकाः विक्रीताः। चतुर्षु अपि दिनेषु आहत्य कति चीटिकाः विक्रेताः इति अन्वेषयन्तु।
2. शेखरः एकः प्रसिद्धः क्रिकेट् क्रीडालुः अस्ति। सः अद्यपर्यन्तं टेस्ट् क्रीडातः 6980 धावनाङ्कान् सम्पादितवान्। सः 10,000 धावनाङ्कान् पूरयितुम् इच्छति। तस्य कृते कति धावनाङ्काः इतोऽपि अपेक्षन्ते ?
3. एकस्मिन् निर्वाचने सफलः प्रत्याशी 5,77,500 मतानि प्राप्तवान्। तस्य निकटतमः प्रतिस्पर्धी 3,48,700 मतानि प्राप्तवान्। तर्हि निर्वाचने सफलप्रत्याशी कतिभ्यः मतेभ्यः विजयं प्राप्तवान् ?
4. कीर्ति-पुस्तकालये जून् मासस्य प्रथमे सप्ताहे 2,85,891 रू मूल्यानां पुस्तकानां विक्रयणं जातम्। द्वितीये सप्ताहे 4,00,768 रू. मूल्यमित-पुस्तकानां विक्रयणं जातम्। आहत्य कियन्मूल्यमित-पुस्तकानां विक्रयणं जातम् ? कस्मिन् सप्ताहे अधिकाधिक-मूल्यस्य पुस्तकविक्रयणं जातम् ? कियत् अधिकम् आसीत् ?
5. अङ्काः 6, 2, 7, 4, 3 एतान् एकैकवारं प्रयोगं कृत्वा बृहत्तमां लघुतमां च सङ्ख्यां रचयन्तु अपि च तयोर्मध्ये अन्तरम् अभिजानन्तु।
6. एकं यन्त्रम् एकस्मिन् दिने 2,825 व्यावर्तनकीलानां निर्माणं करोति। तर्हि 2006 तमस्य जनवरीमासे तेन यन्त्रेण कति व्यावर्तनकीलाः निर्मिताः ?

7. एकस्याः वणिजायाः पार्श्वे 78,592 रू आसीत्। सा 40 आकाशवाणीनां कृते इति यन्त्रस्य कृते प्रतिवेदनं दत्तवती। प्रत्येकं यन्त्रस्य मूल्यं 1200 रू आसीत्। तर्हि एतेषां क्रयणानन्तरं तस्याः पार्श्वे कति रूप्यकाणि अवशिष्टानि अभवन्?

8. एकः छात्रः 7236 इमां सङ्ख्यां 56 सङ्ख्यायाः स्थाने 65 तः गुणनं कृतवान्। तर्हि तस्य उत्तरं समुचित-उत्तरात् कियत् अधिकम् आसीत्? (सङ्केतः – द्वयोः अपि गुणनस्य अपेक्षा नास्ति)।

9. एकस्य युतकस्य सीवनार्थं 2 मी 15 सेमी वस्त्रस्य आवश्यकता अस्ति। 40 मी वस्त्रेण कतीनां युतकानां सीवनं कर्तुं शक्यते? अपि च कियन्मीटर् वस्त्रम् अवशिष्यते?

10. सर्वाः मञ्जूषाः गुलिकाभ्यः भरिताः सन्ति। प्रत्येकमपि मञ्जूषायाः भारः 4 किग्रा 500 ग्रा अस्ति। एकास्मिन् भार-वाहक-याने 800 कि.ग्रा-तः अधिकं भारं स्थापयितुं न शक्यते। तर्हि एतादृशाः कति गुलिका-मञ्जूषाः नेतुं शक्यन्ते?

11. विद्यालयस्य छात्रस्य च गृहस्य मध्यवर्तिदूरता 1 किमी 875 मी. इति अस्ति। प्रतिदिनं एतत् दूरं द्विवारं क्रम्यते। तर्हि 6 दिनेषु छात्रेण आहत्य कियद्दूरं क्रम्यते?

12. एकस्मिन् पात्रे 4 ली 500 मि.ली. दधि अस्ति। तर्हि 25 मि.ली. क्षमतायुक्तेषु कतिषु चषकेषु एतावत् दधि स्थापयितुं शक्यते?

1.3.1 आकलनम्।

वार्ता

1. भारत-पाकिस्थानयोः मध्ये सम्पन्नां एकां यष्टि-क्रीडां क्रीडाङ्गणे 51,000 जनाः दृष्टवन्तः। अपि च सम्पूर्ण-विश्वे 40 मिलियन् जनाः दूरदर्शन-माध्यमेन दृष्टवन्तः। स्पर्धा अनिर्णीता आसीत्।
2. भारत-बाङ्लादेशयोः सीमाप्रदेशे झञ्झावातेन प्रायः 2000 जनाः मृताः। अपि च 50000 तः अधिक-जनाः आहताः जाताः।
3. 63,000 किलोमीटर्-तः अधिक-रेलमार्गे 13 मिलियन् तः अधिक-जनाः रेलयानद्वारा प्रतिदिनं प्रयाणं कुर्वन्ति।

किं वयं विश्वासेन वक्तुं शक्नुमः यत् अस्यां वार्तायां या जनानां सङ्ख्या उक्ता तावन्तः एव जनाः आसन्? उदाहरणार्थं,

(1) किं क्रीडाङ्गणे 51,000 जनाः एव आसन्? अथवा दूरदर्शनमाध्यमेन 40 मिलियन् जनाः एव क्रीडां दृष्टवन्तः?

स्पष्टतः, नैव। प्रायः इति शब्दः स्वयमेव दर्शयति यत् जनानां सङ्ख्या अत्रोक्त सङ्ख्यायाः निकटतमा अस्ति इति। स्पष्टरूपेण सङ्ख्या 51000 तु संख्ययोः 50800- 51300 एतयोः मध्ये कापि सङ्ख्या भवितुं शक्यते। किन्तु 70000 न भवति। एवमेव 40 मिलियन् इत्युक्ते 39 मिलियन् तः बहु-अधिकं अथवा 41 मिलियन् तः स्वल्पं न्यूनं भवितुं शक्यते। कितु सर्वात्मना 50 मिलियन् तु न भवति।

एवमेव रेलयानस्य विषये अपि किञ्चित् अधिकम् अथवा न्यूनं भवितुं शक्यते समानं तु न भवति।

एतेषु उदाहरणेषु दत्तसङ्ख्याः निश्चयेन गणनं कृत्वा न लिखिताः किन्तु तासां सङ्ख्यानां विषये अनुमानं जनयितुं शक्तम् आकलनम् अस्ति। चर्चां कुर्वन्तु यत् अनेन किं ज्ञानं प्राप्यते ?

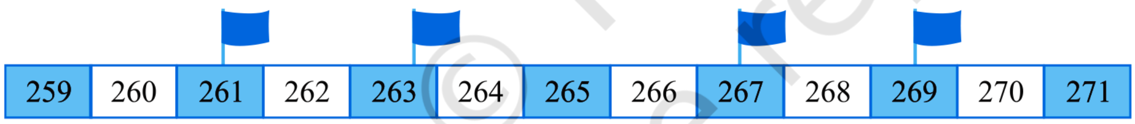
वयं सन्निकटमानं कुत्र प्राप्नुमः ? स्व-गृहे आयोजिष्यमाणस्य एकस्य बृहत्-उत्सवस्य विषये चिन्तयन्तु। तर्हि भवतां गृहं प्रति प्रायशः कति अतिथयः आगच्छेयुः इति गणनं कुर्वन्तु। किं भवन्तः अतिथीनां निश्चित-सङ्ख्यां गणयितुं शक्नुवन्ति ? व्यावहारिकरूपेण तु एतत् अशक्यम् अस्ति।

अस्माकं देशस्य वित्तमन्त्री प्रतिवर्षं वार्षिक-विवरणस्य मण्डनं करोति। मन्त्री महोदयः शिक्षायाः कृते कियद्धनराशेः स्थापनं करोति। किम् एषा धनराशिः यथार्थरूपेण तावान् एव भवति ? इदं तु तस्मिन् वर्षे शिक्षायाः कृते सम्भविष्यमाणस्य व्ययस्य एकम् आकलनम् अस्ति।

यत्र भवतां कृते निश्चित-सङ्ख्यानाम् आवश्यकता भवति यत्र च भवन्तः सन्निकट-आकलित-सङ्ख्यायामेव कार्यं सम्पादयन्ति इत्यनयोः स्थित्योः मध्ये तुलनां कुर्वन्तु। त्रीणि उदाहरणानि ददतु।

1.3.2 सन्निकटनद्वारा निकटतम-दशकपर्यन्तम् आकलनम्।

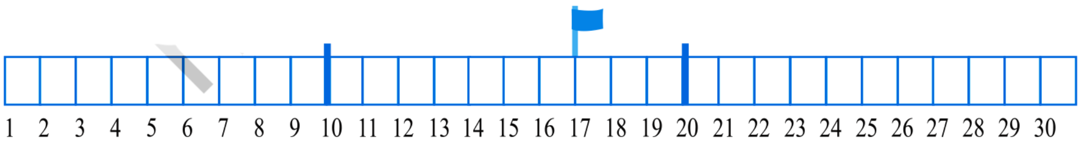
अधोलिखितान् चित्रान् पश्यन्तु।



(a) कः ध्वजः 270 इत्यस्य तोलने 260 तः अधिकं समीपम् अस्ति ?

(b) कः ध्वजः 260 इत्यस्य तोलने 270 तः अधिकं समीपम् अस्ति ?

मापके सङ्ख्या 10, 17, 20 एतेषां स्थानं पश्यन्तु। किं 17 सङ्ख्या, 10 सङ्ख्यां प्रति अधिक-निकटतमा अस्ति ? अथवा 20 सङ्ख्यां प्रति अधिक-निकटतमा अस्ति ? यदि रिक्तस्थानानां तुलनां कुर्मः चेत् 17-10 एतयोः अपेक्षया 17-20 एतयोः मध्ये रिक्तस्थानानि न्यूनानि सन्ति। अतः वयं 17 सङ्ख्यां निकटतम-दशकपर्यन्तं, अर्थात् 20 सङ्ख्यारूपेण सन्निकटतां कुर्मः।



अधुना 12 सङ्ख्यां स्वीकुर्वन्तु। एषा अपि 10-20 एतयोः मध्ये एव अस्ति। परन्तु सङ्ख्या 20 अस्याः अपेक्षया 10 सङ्ख्यायाः समीपे अस्ति। अतः वयं 12 सङ्ख्यां दशकपर्यन्तं, अर्थात् 10 सङ्ख्यारूपेण सन्निकटतांसन्निकृष्टतां प्रापयामः।

भवन्तः 76 सङ्ख्यायाः सन्निकटतासन्निकृष्टा सङ्ख्या का इति निर्णयन्ति ? किम् एषा 80 नास्ति ?

1, 2, 3, 4 एताः सङ्ख्याः 10 सङ्ख्यायाः अपेक्षया 0 सङ्ख्यायाः सन्निकटे सन्ति। अतः ताः सङ्ख्याः 0 सङ्ख्यारूपेण सन्निकटिताः कुर्मः। 6, 7, 8, 9 सङ्ख्याः 0 सङ्ख्यायाः अपेक्षया 10 सङ्ख्यायाः सन्निकटे सन्ति। अतः ताः सङ्ख्याः 10 सङ्ख्यारूपेण सन्निकटिताः कुर्मः। सङ्ख्या 5 तु द्वयोर्मध्ये अस्ति। साधारणरूपेण वयं तां 5 सङ्ख्यां 10 सङ्ख्यारूपेण सन्निकटतां कुर्मः।

प्रयत्नं कुर्वन्तु

अधोलिखितानां सङ्ख्यानां निकटतम-दशक-पर्यन्तं सन्निकर्षणं कुर्वन्तु।

28	32	52	41	39	48
64	59	99	215	1453	2936

1.3.3 सन्निकटनद्वारा निकटतम-शतकपर्यन्तम् आकलनम्

410 सङ्ख्या 400 सङ्ख्यायाः निकटे अस्ति अथवा 500 सङ्ख्यायाः निकटे अस्ति ?

410 तु 400 सङ्ख्यायाः अतिनिकटे अस्ति। अतः इमां सङ्ख्यां निकटतम-शतकपर्यन्तं 400 सङ्ख्यारूपेण सन्निकटतां कुर्मः।

सङ्ख्या 889, 800-900 संख्ययोः मध्ये अस्ति।

एषा तु 900 सङ्ख्यायाः निकटे अस्ति। अतः इमां सङ्ख्यां निकटतम-शतकपर्यन्तं 900 सङ्ख्यारूपेण सन्निकटतां कुर्मः।

सङ्ख्याः 1 तः 49, सङ्ख्या 100 तुलनापेक्षया 0 सङ्ख्यायाः निकटे सन्ति। अतः एताः सङ्ख्याः निकटतम-शतकपर्यन्तं 0 सङ्ख्यारूपेण सन्निकृष्टताः कुर्मः। सङ्ख्याः 51 तः 99, सङ्ख्या 0 तुलनापेक्षया 100 सङ्ख्यायाः निकटे सन्ति। अतः एताः सङ्ख्याः निकटतम-शतकपर्यन्तं 100 सङ्ख्यारूपेण सन्निकटताः कुर्मः। सङ्ख्या 50 तु द्वयोर्मध्ये अस्ति। साधारणरूपेण वयं तां 50 सङ्ख्यां 100 सङ्ख्यारूपेण सन्निकटतांसन्निकटतां कुर्मः।

अधोलिखिताः सन्निकटताः सङ्ख्याः सम्यगेव सन्ति उत न इति परीक्षणं कुर्वन्तु।

841 ⟶ 800; ⟶ 9537 ⟶ 9500; ⟶ 49730 ⟶ 49700;
2546 ⟶ 2500; ⟶ 286 ⟶ 300; ⟶ 5750 ⟶ 5800;
168 ⟶ 200; ⟶ 149 ⟶ 100; ⟶ 9870 ⟶ 9800;

दोषः अस्ति चेत् सम्यक् कुर्वन्तु।

1.3.4 सन्निकटताद्वारा निकटतम-सहस्रपर्यन्तम् आकलनम्

वयं जानीमः यत् सङ्ख्याः 1 तः 499, सङ्ख्या 1000 तुलनापेक्षया 0 सङ्ख्यायाः निकटे सन्ति। अतः एताः सङ्ख्याः निकटतम-सहस्रपर्यन्तं 0 सङ्ख्यारूपेण सन्निकटताः कुर्मः। सङ्ख्याः 501 तः 999, सङ्ख्या 0 तुलनापेक्षया 1000 सङ्ख्यायाः निकटे सन्ति। अतः एताः सङ्ख्याः निकटतम-सहस्रपर्यन्तं 1000 सङ्ख्यारूपेण सन्निकटिताः कुर्मः। सङ्ख्या 500 तु द्वयोर्मध्ये अस्ति। साधारणरूपेण वयं तां 500 सङ्ख्यां 1000 सङ्ख्यारूपेण दशकपर्यन्तं, अर्थात्स न्निकटतां कुर्मः।

अधोलिखिताः सन्निकटताः सङ्ख्याः सम्यगेव सन्ति उत न इति परीक्षणं कुर्वन्तु। यदि दोषः अस्ति तर्हि निवारयन्तु।

2573 ⟶ 3000   53552 ⟶ 53000
6404 ⟶ 6000   65437 ⟶ 65000
7805 ⟶ 7000   3499 ⟶ 4000

प्रयत्नं कुर्वन्तु

दत्तसङ्ख्याः निकटतम-दशक-शतक-सहस्र-दशसहस्रपर्यन्तं सन्निकर्षतां कुर्वन्तु।

दत्तसङ्ख्याः	निकटतनपर्यन्तम्	सन्निकटितसङ्ख्याः
75847	दशकम्	________
75847	शतकम्	________
75847	सहस्रम्	________
75847	दशसहस्रम्	________

1.3.5 सङ्ख्या-सङ्क्रियाणां परिणामानां आकलनम्।

वयं कथं सङ्ख्यानां योजनं कुर्मः ? वयं दत्तविधीनां नियमबद्धरूपेण प्रयोगं कृत्वा सङ्ख्यानां योजनं कुर्मः। वयं तु सङ्ख्यानां एकक-दशक-शतक-स्थानानां अङ्काः यथा एकस्मिन्नेव स्तम्भे यथा स्युः तथा अवधानं दत्वा एव लेखनं कुर्मः। उदाहरणार्थं 3946 + 6579 + 2050 इदं समीकरणम् एवं लिखामः।

	TTh	Th	H	T	O
		3	9	4	6
		6	5	7	9
+		2	0	5	0

अनन्तरं वयम् एककस्थानस्य स्तम्भस्य अङ्कान् योजयामः। यदि आवश्यकता भवति तर्हि वयं उचित-सङ्ख्यां प्राप्तरूपेण दशकस्थाने नेष्यामः। ततः वयं दशकस्थानस्य स्तम्भस्य अङ्कान् योजयामः। एवमेव भवन्तः अग्रे कर्तुं पारयन्ति। अस्यां प्रक्रियायां समयः अपेक्षते।

अनेकस्थितिषु अस्माकं कृते बहुवेगेन उत्तरान्वेषणास्य आवश्यकता भवति। उदाहरणार्थं भवन्तः स्वल्पं धनं स्वीकृत्य विपणीं गच्छन्ति। तदा आकर्षकवस्तूनां विविधतां दृष्ट्वा तान् क्रेतुम् इच्छा भवति। तदा केषां वस्तूनां क्रयणं कर्तव्यम् इत्यस्य निर्णयं शीघ्रं स्वीकर्तव्यं भवति। तदा धनराशेः आकलनस्य आवश्यकता भवति। सः एव भवद्भिः स्वीकरिष्यमाणानां वस्तूनां मूल्यानां योगः अपि भवति।

एकेन वणिजा स्थानद्वयात् धनं प्राप्तव्यम् अस्ति। एकस्मात् पक्षतः 13,569 रू अन्यस्मात् 26,785 रू प्राप्तव्यम्। तेन सायंकालपर्यन्तं अन्यस्य कृते 37,000 रू धनं देयम् अस्ति। सः सङ्ख्यानां निकटतम-सहस्रपर्यन्तं सन्निकटतां कृत्वा शीघ्रातिशीघ्रं सामान्य-उत्तरं प्राप्नोति। सः सन्तोषमपि अनुभवति यत् तस्य समीपे आवश्यक-धनराशिः अस्ति इति।

किं भवन्तः अपि चिन्तयन्ति यत् तस्य समीपे आवश्यक-धनराशिः अस्ति ? किं भवन्तः यथार्थयोगेन विना वक्तुं शक्नुवन्ति ?

शीला-मोहनाभ्यां मासिकं व्ययविवरणं करणीयम् अस्ति । तौ तयोः परिवहनस्य, शालायाः आवश्यक-सामग्र्यः, गृहोपयोगिसामग्र्यः, क्षीरस्य वस्त्रस्य च मासिक-व्ययं जानीतः । अस्मिन् मासे कुत्रापि गन्तव्यमपि अस्ति एवम् उपयनस्य क्रयणमपि कर्तव्यम् अस्ति । तौ एतेभ्यः सर्वेभ्यः सम्भविष्यमाणस्य व्ययस्य आकलनं कुरुतः । अपि च तौ पश्यतः यत् तावान् धनराशिः तयोः पार्श्वे अस्ति वा ? धनराशिः पर्याप्तः भवति वा ? अथवा न भवति ? इति ।

किं तौ सहस्रपर्यन्तं सन्निकटतां कुर्वन्ति यथा व्यापारी कृतवान् आसीत् ?

एवमेव पञ्चप्रसङ्गान् चिन्तयन्तु यत्र वयं योगेषु अथवा अन्तरेषु आकलनं कुर्मः ।

किं वयं सर्वत्र एकस्मिन्नेव स्थाने एव सङ्ख्यानां सन्निकटतां कृतवन्तः ?

यत्र वयं सङ्ख्यानां परिणामानाम् आकलनं कुर्मः तत्र सर्वत्र कोऽपि निश्चितः नियमः नास्ति । अस्य विधेः अपेक्षा तु कियन्ती परिशुद्धता अपेक्षते, कियत् शीघ्रं अपेक्षते, अनुमानित-उत्तरं कियत् अर्थपूर्णम् अस्ति इत्येतेषाम् उपरि एव अवलम्बिता भवति ।

1.3.6 योगस्य अथवा अन्तरस्य आकलनम्

वयम् उपरि दृष्टवन्तः यत् एकां सङ्ख्यां तावत् स्थान पर्यन्तं सन्निकटतां कर्तुं शक्नुमः । व्यापारी तु धनराशिं निकटतम-सहस्रपर्यन्तं सन्निकटतां कृतवान् अपि च सन्तुष्टः अभवत् यत् तस्य समीपे पर्याप्तः धनराशिः अस्ति इति । अतः यदि भवतां कृते कस्यापि योगस्य अथवा अन्तरस्य आकलन-अपेक्षा अस्ति चेत् तर्हि भवतां कृते अवधानम् अपेक्षते यत् किमर्थं भवन्तः आकलनम् इच्छन्ति अपि च किं स्थानपर्यन्तं भवन्तः सन्निकर्षणम् इच्छन्ति इति ।

अधोलिखितानि उदाहरणानि पश्यन्तु ।

उदाहरणम् 5 : 5,290 + 17,986 इत्यस्य आकलनं कुर्वन्तु ।

समाधानम्: वयं पश्यामः यत् 17,986 > 5,290 अस्ति ।

वयं निकटतम-सहस्रपर्यन्तं सन्निकटतां कुर्मः ।

17,986 सन्निकटता भवति		18,000
+5,290 सन्निकटता भवति		+ 5,000
आकलितस्य योगः	=	23,000

किम् एषः विधिः कार्यं करोति ? भवन्तः यथार्थ-उत्तरम् अन्विष्य आकलनेन सह तस्य तुलनां कृत्वा पश्यन्तु यत् एतत् आकलनं विवेकपूर्णम् अस्ति उत न इति ।

उदाहरणम् 6 : 5,673 – 436 इत्यस्य आकलनं कुर्वन्तु ।

समाधानम् : प्रारम्भे तु वयं सहस्रपर्यन्तं सन्निकटतांसन्निकटतां कुर्मः । (किमर्थम् ?)

5,673 सन्निकटतासन्निकटता भवति		6,000
– 476 सन्निकटतासन्निकटता भवति		– 0
आकलितस्य अन्तरम्	=	6,000

एतत् विवेकपूर्णम् आकलनं नास्ति । किमर्थं विवेकपूर्णं नास्ति ? आयान्तु निकटतम-आकलनस्य प्राप्त्यर्थं निकटतम-शतकपर्यन्तम् आकलनं कुर्मः ।

5,673 सन्निकटता भवति		5,700
– 476 सन्निकटता भवति	–	400
आकलितस्य अन्तरम्	=	5,300

1.3.7 गुणनफलस्य आकलनम्

वयं कथं गुणनफलस्य आकलनं कुर्मः ?

19 x 78 इत्यस्य आकलनं किम् ?

स्पष्टता अस्ति यत् इदं गुणनफलं 2000 तः न्यूनम् अस्ति। कथम् ? यदि वयं 19 इत्यस्याः निकटतम-दशकपर्यन्तं स्वीकुर्मः तर्हि 20 लभ्यते। 78 इत्यस्याः निकटतम-दशकपर्यन्तं स्वीकुर्मः तर्हि 80 लभ्यते।

अधुना 20 x 80 = 1600 अस्ति।

62 x 182 अत्र पश्यन्तु।

यदि वयं सङ्ख्याद्वयस्यापि शतकपर्यन्तं सन्निकट-मानं स्वीकुर्मः तर्हि 100 x 200 = 20,000 भवति। एतत्तु वास्तविक-गुणनफलापेक्षया बहु अधिकम् अस्ति। अतः अधुना वयं किं कुर्मः ? यदि अस्माकं कृते विवेकपूर्णम् आकलनम् अपेक्षते तर्हि द्वयोः अपि निकटतम-दशकपर्यन्तं सन्निकटित-सङ्ख्यां स्वीकुर्मः। एते क्रमशः 60, 180 स्तः। इदानीं 60 x 180 = 10,800 भवति। इदम् एकं उत्तमम् आकलनम् अस्ति परन्तु तावत् शीघ्रं अस्य प्राप्तिः न भवति। यदि वयं 63 सङ्ख्यां निकटतम-दशकपर्यन्तं 60 इति स्वीकुर्मः तथैव 182 सङ्ख्यां निकटतम-शतकपर्यन्तं 200 इति स्वीकुर्मः चेत् तर्हि अस्माकं कृते 60 x 200 = 12,000 इत्यस्य उत्तरस्य प्राप्तिः भवति। इदं गुणनफलस्य एकम् उत्तमम् आकलनम् अस्ति अपि च बहु शीघ्रम् अपि अस्य प्राप्तिः भवति।

सन्निकटनस्य व्यापकः नियमः अस्ति यत् प्रत्येकं गुणनसङ्ख्यां तदीय-बृहत्तम-स्थानपर्यन्तं सन्निकटतां कुर्वन्तु अपि च सन्निकटतसङ्ख्यानां गुणनं कुर्वन्तु। अनेन प्रकारेण उपरि प्रदर्शित-उदाहरणे वयं 63 सङ्ख्यां दशकपर्यन्तं 182 सङ्ख्यां शतकपर्यन्तं सन्निकटतां कृतवन्तः।

अधुना उपरि उक्त-नियमानुसारेण 81 x 479 इत्यस्य आकलनं कुर्वन्तु।

479 सन्निकटता भवति 500 (शतकपर्यन्तम्)

81 सन्निकटता भवति 80 (दशकपर्यन्तम्)

अतः आकलितं गुणनफलं = 500 x 80 = 40,000 अस्ति।

प्रयत्नं कुर्वन्तु

अधोलिखितानां गुणनफलानां आकलनं कुर्वन्तु।

(a) 87 x 313 (b) 9 x 795

(c) 898 x 785 (d) 958 x 387

एवमेव पञ्च-प्रश्नानां निर्माणं कुर्वन्तु अपि च समाधानं यच्छन्तु।

आकलनस्य बहु-महत्त्वपूर्ण-उपयोगः एषः अस्ति यत् भवन्तः भवताम् उत्तरस्य परीक्षणं कर्तुं शक्नुवन्ति। चिन्तयन्तु, भवन्तः 37 x 1889 इत्यस्य समाधानं कृतवन्तः, परन्तु निश्चितं नास्ति यत् उत्तरं सम्यक् अस्ति

उत न इति। अस्य गुणनफलस्य शीघ्रातिशीघ्रं प्राप्तुं योग्यम् एकं विवेकपूर्णम् आकलनम् 40 x 2000 = 80000 अस्ति। यदि भवताम् उत्तरं 80000 इत्यस्याः निकटे अस्ति चेत् प्रायः भवताम् उत्तरं सम्यक् अस्ति। किन्तु यदि उत्तरं 8000 अथवा 8,00,000 इत्यस्याः सङ्ख्यायाः निकटे भवति चेत् तर्हि गुणन-करण-समये अवश्यं कुत्रापि दोषः आचरितः एव अस्ति।

अभ्यासः 1.3

1. व्यापक-नियमस्य उपयोगं कृत्वा अधोलिखितानां सर्वेषाम् आकलनं कुर्वन्तु।

   (a) 730 + 998   (b) 796 – 314

   (c) 12,904 + 2,888   (d) 28,292 – 21, 496

   एवमेव इतोऽपि दश-उदाहरणानां समाधानं कुर्वन्तु।

2. एकं सामान्यम् आकलनं (शतकपर्यन्तं सन्निकटितं) अपि च एकं निकटतम-आकलनं (दशकपर्यन्तं) ददतु।

   (a) 439 + 334 + 4,317   (b) 1,08,734 – 47,599

   (c) 8325 – 491   (d) 4,89,348 – 48,365

   एवमेव इतोऽपि चत्वारि-उदाहरणानां समाधानं कुर्वन्तु।

3. व्यापकनियमस्य उपयोगं कृत्वा अधोलिखितानां गुणनफलानाम् आकलनं कुर्वन्तु।

   (a) 578 x 161   (b) 5281 x 3491

   (c) 1291 x 592   (d) 9250 x 29

   एवमेव इतोऽपि चत्वारि-उदाहरणानां समाधानं कुर्वन्तु।

1.4 कोष्ठकानां प्रयोगः

सुमनः आपणतः 6 अभ्यासपुस्तकानां क्रयणं कृतवान्। प्रत्येकं पुस्तकस्य मूल्यं 10 रूप्यकाणि आसन्। तस्य भगिनी सीमा एवमेव 7 अभ्यास-पुस्तकानां क्रयणं कृतवती। तयोः द्वारा दत्तस्य धनराशेः योगं अन्विषन्तु।

सीमा एवं परिकलनं कृतवती	**मीरा एवं परिकलनं कृतवती**
6 x 10 + 7 x 10	6 + 7 = 13
= 60 + 70	13 x 10
उत्तरम् = 130 रू	उत्तरम् = 130 रू

भवन्तः द्रष्टुं शक्नुवन्ति यत् उत्तरं प्राप्तुं सीमया अपि च मीरया स्वीकृत-विधयः भिन्नाः आसन् परन्तु द्वयोः उत्तरं समानम् अस्ति अपि च प्राप्तः परिणामः अपि सम्यक् अस्ति। किमर्थम् ?

सीमा उक्तवती यत् मीरा 7 + 6 x 10 कृत्वा उत्तरं प्राप्तवती।

अप्पूः वदति यत् 7 + 6 x 10 = 7 + 60 = 67 इति। किन्तु मीरा यत् उत्तरं प्राप्तवती तत् उत्तरं एतेन समानं नास्ति। एते त्रयः अपि छात्राः भ्रमिताः अभवन्।

एतादृश-स्थितिषु भ्रमस्य निवारणार्थं वयं कोष्ठकानां प्रयोगं कुर्मः। कोष्ठकस्य प्रयोगं कृत्वा 6 अपि

च 7 एतयोः एकं समूहं कर्तुं शक्यते। अनेन प्रकारेण अस्य उत्तरं प्राप्तुं शक्यते। कथमिति पश्यन्तु।

(6+7) x 10 = 13 x 10

मीरा इदमेव कृतवती। सा प्रथमं 6, 7 इत्यनयोः योगं कृतवती। अनन्तरं प्राप्तं योगं 10 सङ्ख्याद्वारा गुणनं कृतवती।

कोष्ठकानां प्रयोगेण स्पष्टं ज्ञायते यत् प्रथमं यावत् कोष्ठकानां ( ) अन्तः सङ्ख्याः एकं समूहं कृत्वा अनन्तरं बहिः स्थिता संक्रिया करणीया इति।

प्रयत्नं कुर्वन्तु

1. कोष्ठकानां प्रयोगं कृत्वा अधोलिखितानां कृते व्यञ्जकं लिखन्तु।
   (a) नवद्वि-संख्ययोः योगस्य सङ्ख्याचतुष्टयेन गुणनम्।
   (b) अष्टादश तथा च षड् इति सङ्ख्ययोः वियोगस्य चतुर्भिः अङ्कैः विभजनम्।
   (c) पञ्चचत्वारिंशतः त्रयाणां द्वयोः च योगस्य त्रिगुणितेन विभजनम्।
2. (5 + 8) x 6 इत्यस्य विभिन्नं स्थितित्रयं लिखन्तु।
   (एतादृशी काचित् स्थितिः अस्ति - सोहनी रीता च 6 दिनानि कार्यं कृतवत्यौ। सोहनी प्रतिदिनं 5 होराः यावत् कार्यं कृतवान् तथा च रीता प्रतिदिनं 6 होराः यावत् कार्यं करोति। उभौ मिलित्वा एकस्मिन् सप्ताहे आहत्य कति घण्टाः यावत् कार्यं कृतवत्यौ ?
3. अधोलिखितानां कृते पञ्च-सन्दर्भान् लिखन्तु यत्र च कोष्ठकानां प्रयोगस्य आवश्यकता स्यात्।
   (a) 7 (8 – 3) (b) (7 x 2) (10 – 3)

1.4.1 कोष्ठकानां विस्तारणम्।

अधुना पश्यन्तु केन प्रकारेण कोष्ठकानां प्रयोगः करणीयः अपि च तेषां विस्तारणेन कार्यं क्रमबद्धरूपेण प्रचलति इति। किं भवन्तः कोष्ठकाणां प्रयोगेण विना केषां सोपानानाम् अनुसरणं कुर्वन्ति इति जानन्ति इति चिन्तयन्ति ?

(i) 7 x 109 = 7 x (100 + 9) = 7 x 100 + 7 x 9 = 700 + 63 = 763

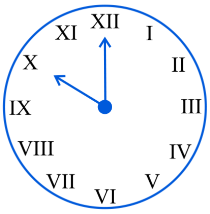
(ii) 102 x 103 = (100 + 2) x (100 + 3)
= 100 x 100 + 2 x 100 + 100 x 3 + 2 x 3
= 10,000 + 200 + 300 + 6 = 10,000 + 500 + 6
= 10,506

(iii) 17 x 109 = (10 x 7) x 109 = 10 x 109 + 7 x 109
= 10 x (100 + 9) + 7 x (100 + 9)
= 10 x 100 + 10 x 9 + 7 x 100 + 7 x 9
= 1000 + 90 + 700 + 63 = 1,790 + 63 = 1,853

1.5 रोमन-सङ्ख्याङ्कः

अद्यपर्यन्तं वयं हिन्दू-अरबीय-सङ्ख्याङ्क-पद्धतेः एव प्रयोगं कुर्वन्तः स्मः। किन्तु एतां पद्धतिम् अतिरिच्य अपि पद्धतयः सन्ति। तासु पुरातन-सङ्ख्याङ्कपद्धतिषु रोमन्-पद्धतिः अपि काचित् अस्ति।

अधुना अपि केषुचित् स्थलेषु अस्य उपयोगं कुर्मः । उदाहरणार्थं वयं भित्ति-घटीषु रोमन्-सङ्ख्यां द्रष्टुं शक्नुमः । वयं विद्यालयस्य समयसारिण्याम् अपि अस्य प्रयोगं कर्तुं शक्नुमः ।



एवमेव इतोऽपि त्रीणि उदाहरणानि लिखन्तु यत्र वयं रोमन्-अङ्कानां प्रयोगं कुर्मः ।

I,	II,	III,	IV,	V,	VI,	VII,	VIII,	IX	X

क्रमशः सङ्ख्याः 1,2,3,4,5,6,7,8,9 अपि च 10 एतासां व्यञ्जनं कुर्वन्ति । ततः 11 कृते XI , 12 कृते XII ,… 20 कृते XX इत्यस्य उपयोगं कुर्मः ।

अस्यां पद्धत्याम् हिन्दू-अरेबिक् सङ्ख्याभिः सह इतोऽपि अन्य-सङ्ख्याङ्काः च अपि लिख्यन्ते ।

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

पद्धतेः नियमाः एवं सन्ति ।

(a) यदि कस्याः अपि सङ्ख्यायाः पुनरावृत्तिः भवति तर्हि सा सङ्ख्या कतिवारम् आगच्छति तावत् वारं तस्याः मानस्य योगः भवति । अर्थात् II = 2 अस्ति , XX = 20 अस्ति । XXX = 30 अस्ति ।

(b) यः कोऽपि सङ्केतः चतुर्वारं न आगच्छति । अपि च कदापि V, L, D एतेषां सङ्केतानां पुनरावृत्तिः न भवति ।

(c) यदि लघु-मानं बृहत्-मानस्य दक्षिणभागे भवति चेत् तर्हि बृहत्-मानेन सह लघु-मानस्य योजनं भवति । यथा

VI = 5 + 1 = 6   XII = 10 + 2 = 12

LXV = 50 +10 +5 = 65

(d) यदि लघु-मानं बृहत्-मानस्य वामभागे भवति चेत् तर्हि बृहत्-मानात् लघु-मानस्य व्यवकलनं भवति । यथा

IV = 5 – 1 = 4   IX = 10 – 1 = 9

XL = 50 – 10 = 40   XC = 100 – 10 = 90

(e) सङ्केतान् V, L, D एतान् बृहत्-मानस्य वामभागे अथवा दक्षिणभागे कदापि न लिखामः । कदापि सङ्केतानां V, L, D एतेषां मानस्य व्यवकलनं न भवति ।

सङ्केतम् I केवलम् V एवं च X अनयोः व्यवकलनं कर्तुं शक्यते । सङ्केतम् X केवलं L,M,C इत्येतेभ्यः व्यवकलनं कर्तुं शक्यते ।

एतेषां नियमानां पालनेन एते अंशाः प्राप्ताः भवन्ति।

1	=	I	20	=	XX
2	=	II	30	=	XXX
3	=	III	40	=	XL
4	=	IV	50	=	L
5	=	V	60	=	LX
6	=	VI	70	=	LXX
7	=	VII	80	=	LXXX
8	=	VIII	90	=	XC
9	=	IX	100	=	C
10	=	X			

(a) उपरि दत्तसारिण्यां लुप्त-सङ्ख्याः रोमन् पद्धत्यां लिखन्तु।

(b) XXXX, VX, IC, XVV इत्यादीन् लेखितुं न शक्नुमः । किमर्थम् इति भवन्तः वक्तुं शक्नुवन्ति वा ?

उदाहरणम् 7 : अधोलिखिताः सङ्ख्याः रोमन्- पद्धत्यां लिखन्तु।

(a) 69 (b) 98

समाधानम् : (a) 69 = 60 + 9 (b) 98

= (50 + 10) + 9

= LX + IX

अतः 69 = LXIX

(b) 98 = 90 + 8

= (100 - 10) + 8

= XC +VIII

अतः 98 = XCVIII

प्रयत्नं कुर्वन्तु

रोमन्- पद्धत्यां लिखन्तु

(a) 73 (b) 92

वयं कस्मिन् विषये चर्चां कृतवन्तः ?

1. द्वयोः संख्ययोः मध्ये सा एव सङ्ख्या बृहती भवति यस्याम् अङ्कानां सङ्ख्या अधिका भवति। यदि द्वयोः मध्ये अङ्कानां सङ्ख्या समाना भवति तर्हि वयं वामभागे स्थितानां अङ्कानां तुलनां कुर्मः। अपि च यस्यां सङ्ख्यायां वाम-अङ्कः महान् भवति सा एव सङ्ख्या बृहती अपि भवति। पुनः एषः अङ्कः अपि समानः भवति चेत् एवमेव अङ्कानां तुलनां कृत्वा अग्रे सरामः ।
2. दत्त-अङ्कानां सङ्ख्यायाः उल्लेखन-समये अवधानं देयं यत् केन प्रतिबन्धेन सह सङ्ख्यानां लेखनं करणीयम् इति। यथा 7, 8, 3, 5 एतान् अङ्कान् एकवारमेव उपयुज्य चतुर्णाम् अङ्कानां बृहत्-सङ्ख्यायाः निर्माणं कर्तुं बृहत्तमम् अङ्कं सर्वेषां वामभागे एव लेखनीयम्। तदनन्तरं तदपेक्षया लघु-अङ्कानां लेखनं करणीयम्।
3. चतुरङ्कानां लघुतमा सङ्ख्या अस्ति 1000। अर्थात् अङ्कत्रयस्य लघुतमा सङ्ख्या 999 भवति। पञ्च-अङ्कानां लघुतमा सङ्ख्या अस्ति 10000। अर्थात् चतुरङ्कानां लघुतमा सङ्ख्या 9999

भवति । एवमेव षड्-अङ्कानां लघुतमा सङ्ख्या अस्ति 100000 । अर्थात् पञ्च -अङ्कानां लघुतमा सङ्ख्या 99999 भवति । अग्रिम-सङ्ख्यानां कृते अपि अस्य एव क्रमस्य अनुसरणं कुर्मः ।

4. अल्पविरामाणां प्रयोगः सङ्ख्यानां पठने लेखने च सहायतां करोति । भारतीय-सङ्ख्याङ्कन-पद्धत्याम् अल्पविरामस्य प्रयोगः दक्षिणभागतः त्रयाणाम् अङ्कानाम् अनन्तरं आरभ्य द्वयोः द्वयोः अङ्कानां कृते भवति । अन्ताराष्ट्रिय- सङ्ख्याङ्कन-पद्धत्याम् अल्पविरामस्य प्रयोगः दक्षिणभागतः त्रयाणाम् अङ्कानाम् अनन्तरं आरभ्य त्रयाणां त्रयाणाम् अङ्कानां कृते भवति । त्रयाणाम् अपि च षण्णाम् अङ्कानां प्रयुज्यमानः अल्पविरामः क्रमशः सहस्रम्, मिलियन् इत्येताः सङ्ख्याः पृथक्-करोति ।
5. दैनिक-जीवने भिन्न-भिन्न-स्थानेषु अस्माकं कृते बृहत्-सङ्ख्यानाम् आवश्यकता भवति । यथा कस्मिंश्चित् विद्यालये छात्राणां सङ्ख्या, ग्रामस्य अथवा नगरस्य जनसङ्ख्या, बृहत्-वस्तूनां क्रय-विक्रयणे धनराशिः, द्वयोः बृहत्-नगरयोः मध्ये दूरमापनम् इत्येतेषु स्थानेषु आवश्यकता भवति ।
6. स्मरन्तु यत् किलो इत्यस्य अर्थः भवति सहस्रम् । सेण्टी इत्यस्य अर्थः भवति शतभागः । मिली इत्यस्य अर्थः भवति सहस्रभागः । अपि च 1 किलोमीटर् = 1000 मीटर्, 1 मीटर् = 100 सेण्टीमीटर् = 1000 मिलीमीटर् भवति ।
7. अनेक-स्थितिषु अस्माकं कृते निश्चित-सङ्ख्यानाम् आवश्यकता न भवति किन्तु उपयुक्त-आकलनेन एव कार्यं प्रचलति । यथा एकस्याम् अन्ताराष्ट्रीय-हाकी-क्रीडायाः दर्शकानां सङ्ख्यां वक्तुं प्रायः 51,000 दर्शकाः क्रीडां दृष्टवन्तः इति वदामः । अत्र अस्माकं कृते निश्चित-सङ्ख्यायाः आवश्यकता नास्ति ।
8. आकलने तु अपेक्षानुसारेण सङ्ख्यानां परिशुद्धता क्रियते । यथा 4117 इत्यस्य सन्निकटता सङ्ख्या सहस्रे 4000 भवति शतके 4100 भवति ।
9. अनेक-सन्दर्भेषु सङ्क्रियाणां फलस्य अपि आकलनम् अपेक्षते । तदा वयं प्रयुक्त-सङ्ख्यानाम् आकलनं कृत्वा तेषां सङ्क्रियां कुर्मः येन शीघ्रं फलं प्राप्नुमः ।
10. सङ्कियाणां फलस्य आकलनम् उत्तरस्य तोलने सहकरोति ।
11. अधिक-सङ्क्रियाणां फलान्वेषणे भ्रमस्य वारणाय कोष्ठकानां ( ) प्रयोगः क्रियते ।
12. वयं हिन्दू-अरेबिक् सङ्ख्याङ्क-पद्धत्याः प्रयोगं कुर्मः । एवमेव अन्या पद्धतिः अस्ति रोमन्-सङ्ख्याङ्क-पद्धतिः ।